Capítulo 01

Terminologia, Crescimento e Decaimento Exponencial, Atividade Radioativa.

1.1 - TERMINOLOGIA

A Física é uma ciência. Isto significa um conjunto organizado de conhecimentos relativos a um determinado objeto obtidos por meio de *observação, experimentação* e *raciocínio lógico* (componentes do **método científico**). O seu objeto de estudo é a natureza.

A Biofísica de uma maneira genérica estuda a Física do ecossistema, onde existem os seres vivos (inclusive o homem) sofrendo a influência de diversos fatores tais como luz, temperatura, umidade e pressão.

1.2 - MODELAGEM NA BIOFÍSICA

Apesar dos físicos acreditarem que o mundo físico obedeça às leis físicas, eles sabem que a descrição matemática de algumas situações são muito complexas para permitirem soluções. Por exemplo, se você arrancar um pequeno canto desta página e o deixar cair até o chão, ele girará várias vezes até chegar lá. Sua trajetória será determinada pelas leis da física, mas será quase impossível escrever a equação que descreva esta trajetória. Os físicos concordam que a força da gravidade o obrigará a ir em direção ao chão, se nenhuma outra força interferir. Correntes de ar e eletricidade estática afetariam sua trajetória.

Da mesma forma embora as leis da física estejam envolvidas em todos os aspectos da função do corpo humano, cada situação é tão complexa que é quase impossível predizer o comportamento exato a partir do que sabemos da física. Contudo, um conhecimento das leis da física ajuda o nosso entendimento da *fisiologia* animal e vegetal e do ambiente onde os seres vivos estão envilvidos

Algumas vezes na tentativa de entender um fenômeno físico o simplificamos, selecionando suas características principais e ignoramos aquelas que acreditamos serem menos importantes. Nossa descrição poderia ser apenas parcialmente correta, mas é provavelmente melhor do que absolutamente nada. Tentando entender os aspectos físicos do corpo humano, freqüentemente recorremos a **analogias**. Tenha em mente que analogias nunca são perfeitas. Por exemplo, de certa maneira o olho é análogo a uma câmara de vídeo; a analogia é pobre quando o filme, que pode ser substituído, é comparado à retina, o detetor de luz do olho. Neste curso freqüentemente usaremos analogias para ajudar a explicação de alguns aspectos da física do corpo. Esperamos ter sucesso, mas, por gentileza, lembrem-se que todas as explicações, em certo grau, são incompletas. A situação real é sempre mais complicada do que aquela que descrevemos.

Muitas das analogias usadas pelos físicos empregam **MODELOS**. Fazer modelos é muito comum nas atividades científicas. Um famoso físico do século dezenove, Lorde Kelvin, disse: "Eu nunca me satisfaço até conseguir um modelo mecânico de uma coisa. Se eu puder fazer um modelo mecânico eu a entendi". Alguns modelos envolvem fenômenos físicos que parecem não estar completamente relacionado ao objeto que está sendo estudado, por exemplo, um modelo em que o fluxo de sangue é representado pelo fluxo de eletricidade (corrente elétrica) é muito usado no estudo do sistema circulatório do corpo humano. Este modelo elétrico pode muito bem simular muitos fenômenos do sistema cardiovascular. É claro que se você não entendeu os fenômenos elétricos, o modelo não o ajudará muito. Também, como mencionado antes, todas as analogias têm suas limitações. O sangue é feito de células vermelhas (glóbulos vermelhos) e plasma (parte líquida), e a porcentagem no sangue ocupada pelos glóbulos vermelhos (hemácias ou eritrócitos) varia quando o fluxo sangüíneo vai até as extremidades do corpo. Este fenômeno (discutido posteriormente) é difícil para ser simulado com modelos elétricos.

Outros modelos são matemáticos: equações são modelos matemáticos que podem ser usadas para descrever e predizer o comportamento físico de alguns sistemas. No mundo real da física temos muitas de tais equações. Algumas são de uso tão geral que são referidas como leis. Por exemplo, a relação entre força **F**, massa m, e aceleração **a**, usualmente escrita como **F** = m**a**, é conhecida como 2ª. Lei de Newton. Existem outras expressões matemáticas desta lei que podem parecer bem diferentes para uma pessoa leiga, mas são reconhecidas por um físico como outras maneiras de se dizer a mesma coisa. A segunda lei de Newton é usada no Capítulo 2 na forma $\mathbf{F} = \Delta(m\mathbf{v})/\Delta t$, onde **v** é a velocidade, t o tempo e Δ indica uma pequena variação da quantidade. A quantidade m**v** é o momento linear, e a parte da equação $\Delta/\Delta t$ significa razão de variação (do momento) com o tempo.

Uma das palavras favoritas dos físicos é função. O símbolo para função (f) não deve ser confundido com o símbolo para força **F**. A equação **W** = f(H) significa que o peso **W** é uma função da altura H. Ela não diz como o peso e a altura estão relacionados ou quais outros fatores estão envolvidos. É uma espécie de taquigrafia matemática. No campo médico podemos escrever R = f(P) para indicar que a razão de pulsação R é uma função da potência P produzida pelo corpo. O próximo passo - omitir o f e escrever uma equação que diz como as coisas estão relacionadas umas com as outras - é difícil.

Um pesquisador médico pode usar um modelo de alguma função do corpo para predizer propriedades que não são originalmente imaginadas. Por outro lado, alguns modelos são tão grosseiros que são somente úteis para servirem de guias a modelos melhores.

Muitas funções do corpo são controladas por *homeostasia,* que é análogo ao controle de "feedback" (realimentação) na engenharia. Um engenheiro que quer controlar alguma quantidade que varia com o tempo tomará uma amostra do que está sendo produzido e usará esta amostra como um sinal para controlar a produção em algum nível desejado. Isto é, algumas das saídas realimentam a fonte para regularem a sua produção. Se o sistema é projetado de modo que um acréscimo na quantidade em que é realimentado diminui a produção e um decréscimo na amostra aumenta a produção, o "feedback" é <u>negativo</u>. "Feedback" negativo produz um controle *estável*, enquanto o "feedback" <u>positivo</u>, no qual uma variação no "feedback" da amostra causa uma variação na mesma direção, produz um controle *instável*.

Um exemplo simples de "feedback" negativo é o controle da temperatura de uma casa por um termostato. O forno produz calor, e o termostato, via um termômetro, controla o calor que sai. Quando a temperatura atinge um valor acima de um ponto fixo, o termostato envia um sinal ao forno para desligar a produção de calor. Quando o calor é perdido na casa, a temperatura cai até que o termostato atinge o valor presente; e então envia um sinal para ligar o calor novamente.

Controle de "feedback" negativo é comum no corpo humano. Por exemplo, uma importante função do corpo é controlar o nível de cálcio no sangue. Se o nível ficar muito baixo, o corpo libera cálcio dos ossos para aumentar o nível no sangue. Se muito cálcio é liberado, o corpo abaixa o nível no sangue removendo-o via rins.

Enquanto muitos mecanismos de controle do corpo não são ainda entendidos, várias doenças encontram-se diretamente relacionadas ao fracasso desses mecanismos. Por exemplo, quando o corpo cresce, suas células mantém-se aumentando em número até ele atingir o tamanho adulto, e então o corpo permanece mais ou menos constante no tamanho sob algum tipo de controle de "feedback". Ocasionalmente algumas células não respondem a este controle e tornam-se tumores.

QUESTIONÁRIO 01

1. Dê três exemplos do uso da palavra *física* na medicina.
2. Pode um engenheiro médico ser sempre chamado de engenheiro clínico?
3. O que você entende por homeostasia? Sugestão: Fisiologia Humana do Guyton, pág. 3
4. Explique em que sentido o alcoolismo é uma doença que envolve *feedback* positivo

1.3 - FUNÇÃO EXPONENCIAL

É muito comum em Física aparecer este tipo de função.

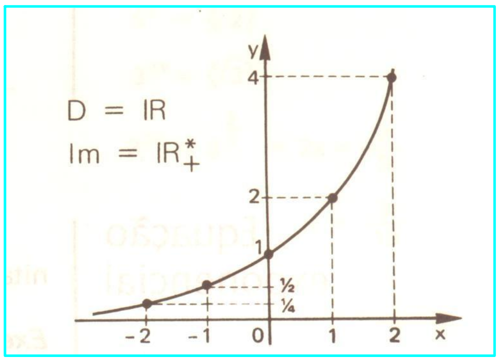
Chamamos de função exponencial qualquer função de |R em |R definida por $f(x) = a^x$, onde a é um número real positivo e diferente de 1.

EX:- $f(x) = 2^x$ $f(x) = (½)^x$ $f(x) = e^x$ onde e ≅ 2,718 (neperiano)

Vamos agora esboçar o gráfico das seguintes funções:

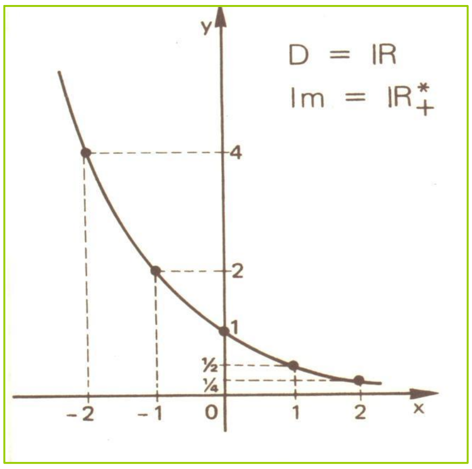
$y = 2^x$

x	y
-2	$2^{-2} = 1/4$
-1	$2^{-1} = ½$
0	$2^0 = 1$
1	$2^1 = 2$
2	$2^2 = 4$



$y = (½)^x$

x	y
-2	$(½)^{-2} = 4$
-1	$(½)^{-1} = 2$
0	$(½)^0 = 1$
1	$(½)^1 = 1/2$
2	$(½)^2 = 1/4$



EXERCÍCIOS

1. a. Construa uma tabela x versus y para a seguinte função $y = 3^x$
   b Esboce o gráfico correspondente.
2. Repita o exercício anterior para $y = (1/3)^x$.

1.3.1 – CRESCIMENTO EXPONENCIAL

Apresentaremos agora algumas aplicações a função exponencial na Biofísica. Comecemos discutindo o crescimento de uma população. Para isso clique aqui.

EXERCÍCIOS

1. O crescimento de uma certa cultura de bactérias obedece à função:

$$N(t) = 200 \cdot 3^{kt}$$

N: representa o número de bactérias no instante t.
t: o tempo em horas.
k: constante.

A produção tem início para t = 0. Decorridas 12 horas há um total de 600 bactérias.

a. Calcule a constante K.
b. Qual o número de bactérias, 36 horas depois que se iniciou a produção?

2. Uma pesquisa acompanhou o crescimento de uma colônia de bactérias. Na primeira observação, constatou-se um total de 1.500 bactérias. Observações subseqüentes revelaram que a população da colônia dobrava sempre em relação à observação imediatamente anterior. Em que observação a colônia alcançou $375 \cdot 2^{55}$ bactérias?

1.4 - FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Considere os seguintes problemas:

1. Qual é o expoente que se deve dar ao 2 para se obter 8?

Passando para a linguagem matemática e resolvendo:

$2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$

2. Qual o expoente que se deve dar ao 10 para se obter 100?

$10^x = 100 \Rightarrow 10^x = 10^2 \Rightarrow x = 2$

Esse expoente x que se deve dar a uma base positiva e diferente de 1, chamamos de logarítmo.

De um modo genérico, definimos:

Dados dois números reais e positivos a e b, sendo $a \neq 1$, chama-se logarítmo de b na base a o expoente que se deve dar à base a de modo que a potência obtida seja igual a b.

Indicamos: $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$

Chamamos b: logaritmando
a: base
x: logarítmo

EXEMPLOS

$\log_3 9 = 2$
$\log_{10} 1000 = 3$
$\log_5 1 = 0$
$\log_{1/2} 2 = -1$
$\log_2 ¼ = -2$

PROPRIEDADES

P-1: O logarítmo de 1 em qualquer base a é zero: $\log_a 1 = 0$

P-2: O logarítmo da própria base é 1: $\log_a a = 1$

P-3: Dois logarítmos numa mesma base são iguais se e somente se os logaritmandos são iguais $\log_a b = \log_a c \Rightarrow b = c$

P-4: O logarítmo do produto b . c na base a é igual à soma dos logarítmos dos fatores b e c na base a

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

P-5: O logarítmo de um quociente (b/c) na base a é igual ao logarítmo do dividendo menos o logarítmo do divisor, os dois na base a.

$\log_a (b/c) = \log_a b - \log_a c$

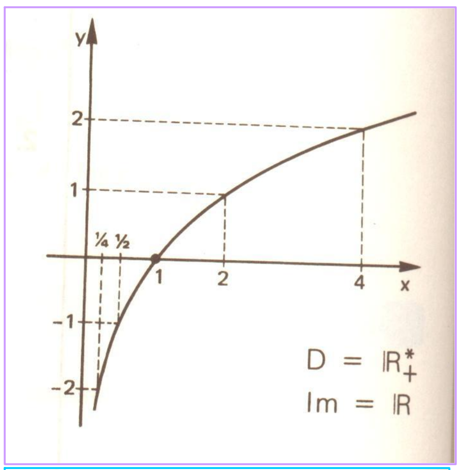
P-6: O logarítmo de uma potência b^n na base a é igual ao produto do expoente pelo logarítmo da base da potência.

$\text{Log}_a b^n = n \cdot \log_a b$

Vamos agora esboçar os gráficos:

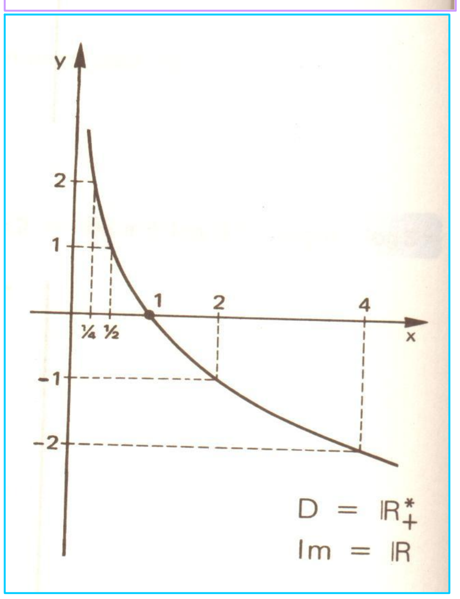
1. da função $f(x) = \log_2 x$

x	y = $\log_2 x$
¼	$\log_2 1/4 = -2$
½	$\log_2 1/2 = -1$
1	$\log_2 1 = 0$
2	$\log_2 2 = 1$
4	$\log_2 4 = 2$



2. da função $f(x) = \log_{½} =x$

x	y = $\log_2 x$
¼	$\log_{½} 1/4 = -2$
½	$\log_{½} 1/2 = -1$
1	$\log_{½} 1 = 0$
2	$\log_{½} 2 = 1$
4	$\log_{½} 4 = 2$



EXERCÍCIOS

1. O nível de intensidade β do som é chamado **decibel** para um som de intensidade I e é dado por:

$$\boxed{\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}}$$

onde $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 é a intensidade de referência padrão.
Numa conversação normal $I = 10^{-6}$ W/m^2. A quantos decibéis corresponde essa intensidade sonora?

2. Calcule a intensidade do som de um avião a jato a 30 m de distância, sabendo que o nível de intensidade correspondente é de 140 decibéis.

3. A densidade óptica (DO) de um absorvedor óptico é definida como:

$$\boxed{DO = \log_{10} \frac{I_0}{I}}$$

onde I_0 é a intensidade luminosa sem o absorvedor, e I é a intensidade luminosa com o absorvedor.
Qual é a densidade óptica de um filme que transmite 10% da luz incidente?

4. Qual é a densidade óptica de um filme que absorve 99% da luz incidente

5. Encontrou-se para a densidade óptica o valor de 0,2227 quando a luz de 575 nm passou através de uma cuba de 5 cm de óleo vegetal. Qual é a percentagem da luz absorvida?

1.5 - DECAIMENTO EXPONENCIAL

A relação exponencial é usada em várias situações da Física (e da ciência de um modo geral). O *decaimento exponencial* é talvez a aplicação mais comum deste tipo de relação. Ele pode ser encontrado na física nuclear, na biofísica, na inflação e nos jogos de dados, etc.

Vamos estudar o decaimento exponencial na física nuclear, mais especificamente na desintegração nuclear.

Um núcleo atômico é constituído de prótons e nêutrons. Cada elemento químico tem um número específico de prótons no núcleo; assim, por exemplo, o carbono tem 6 prótons, o nitrogênio tem 7 prótons, e o oxigênio 8 prótons. Entretanto o número de nêutrons dentro do núcleo pode variar para cada elemento.

Os núcleos de um dado elemento com número diferente de nêutrons são chamados *isótopos* do elemento. Estes podem ser estáveis ou instáveis.

Os núcleos dos *isótopos instáveis* estão em níveis energéticos excitados e eventualmente podem dar origem à emissão espontânea de uma “partícula” do núcleo, passando, então, de um núcleo pai para outro filho em nível energético menos excitado ou fundamental. Essa “partícula” pode ser alfa, elétron, pósitron ou fóton da radiação gama. A esse fenômeno dá-se o nome de *desintegração* ou *decaimento nuclear*. Os isótopos instáveis são portanto radioativos e também conhecidos por **radioisótopos**[1].

Os *isótopos estáveis* não sofrem desintegração radioativa e são portanto não-radioativos.

O carbono, por exemplo, tem dois isótopos estáveis ($^{12}_{6}C$ e $^{13}_{6}C$) e diversos radioisótopos ($^{11}_{6}C$, $^{14}_{6}C$, $^{15}_{6}C$, etc.). O índice superior indica o *número de massa* A (nº de prótons + nº de nêutrons). O índice inferior, muitas vezes omitido, representa o número de prótons no núcleo, e é chamado *número atômico* Z.

Os elementos com número atômico 1 (hidrogênio) a 92 (urânio) são encontrados na natureza, enquanto que aqueles com Z entre 93 e 103 são produzidos artificialmente. Todos os elementos com Z superior a 82 (chumbo) são entretanto, radioativos e se desintegram, passando de um núcleo a outro, através de uma série, até se transformar num isótopo estável de chumbo.

Com o desenvolvimento de reatores nucleares e aceleradores de partículas, tornou-se possível a produção de grandes quantidades de isótopos radioativos artificiais, que são usados em pesquisas nas diversas áreas da Ciência, na Medicina, na Agricultura e na Indústria.

---

[1] Eles são encontrados na forma mineral, nos alimentos, no ar e na água.

Numa desintegração radioativa, o núcleo emite espontaneamente uma partícula α(um núcleo de $^4{}_2He$), uma partícula β (um elétron ou um pósitron) ou um raio γ (um fóton) adquirindo, assim, uma configuração mais estável.

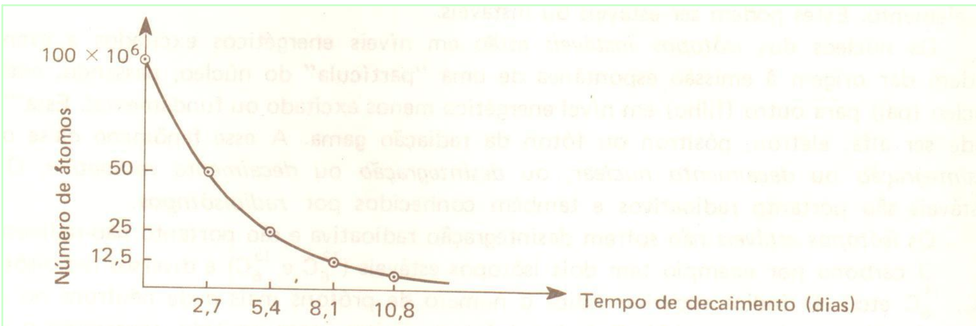
Uma fonte radioativa contém muitos átomos e não há modo de dizer quando um dado núcleo irá se desintegrar. Entretanto, em média, pode-se predizer que após um dado intervalo de tempo, chamado *meia-vida* τ, metade dos núcleos (portanto, metade dos átomos) ter-se-á desintegrado. Na próxima meia-vida, metade dos átomos remanescentes irá sofrer decaimento. Cada radioisótopo tem uma meia-vida característica. Um radioisótopo com uma meia-vida longa decai mais lentamente que aquele com uma meia-vida curta.

As meias-vidas τ dos radioisótopos variam de um segundo a muitos milhões de anos. Entretanto, a meia-vida dos radioisótopos com aplicação na Biologia deve estar dentro de um certo intervalo de tempo limitado. Por exemplo, a meia-vida do $^{131}{}_{53}I$, usado no estudo do funcionamento da tireóide, é de 8 dias, enquanto que a do $^{15}{}_8O$, empregado na investigação respiratória, é de 2,1 minutos e a do $^{14}{}_6C$, utilizado na pesquisa de comportamento metabólico de proteínas, açúcares e gorduras, é de 5.760 anos.

EXEMPLO

Seja uma fonte de ouro radioativo (^{198}Au), inicialmete, com 100×10^6 átomos. Sua meia-vida é de 2,7 dias. Portanto, passados 2,7 dias, a fonte radioativa terá 50×10^6 átomos; após 2 x 2,7 dias 25×10^6 átomos; após 3 x 2,7 dias $12,5 \times 10^6$ átomos e assim por diante. Faça um gráfico num papel milimetrado com os dados acima referidos.

Solução



- Gráfico do decaimento exponencial de uma fonte de ^{198}Au radioativo, com escalas lineares.

Na figura acima, pode ser visto o decaimento exponencial da fonte.

Diz-se que este tipo de curva apresenta um decaimento exponencial com o tempo. O fato de a desintegração radioativa seguir a lei exponencial é uma indicação de que tal fenômeno é de natureza estatística: cada núcleo em uma amostra de material radioativo possui uma certa probabilidade de desintegração, mas não há um meio de se conhecer, antecipadamente, qual núcleo se desintegrará num dado intervalo de tempo.

Uma maneira de representar matematicamente o decaimento exponencial, conhecendo-se a probabilidade de desintegração por unidade de tempo, chamada *constante de decaimento* λ, é através da equação

$$\boxed{N = N_0\, e^{-\lambda\, t}}$$

onde N_0 é o número de átomos inicialmente presentes, N o número de átomos que ainda não se desintegraram após um intervalo de tempo t e **e** é a base dos logarítmos neperianos.

Cada radioisótopo possui um λ característico.

Sabendo-se que, para $t = \tau$, N será igual a $N_0/2$, teremos

$$\boxed{N_0/2 = N_0\, e^{-\lambda\, t}}$$

Uma vez que N_0 é diferente de zero, pode ser eliminado de ambos os membros,

$$\boxed{1/2 = N_0\, e^{-\lambda t}}$$

Calculando o logarítmo neperiano de ambos os membros, obtemos

$$\boxed{\ln 2 = \lambda\,\tau} \qquad \boxed{0{,}693 = \lambda\,\tau}$$

EXERCÍCIOS

1. Calcule o número de átomos de ^{198}Au após 12,15 dias se, inicialmente, a amostra era constituída de 10^8 átomos? Dado: A meia-vida do ^{198}Au é de 2,7 dias.
2. Uma criança com leucemia aguda tem, aproximadamente, 10^{12} células leucêmicas quando a doença é clinicamente aparente. A cura requer a eliminação de todas essas células. O tempo de duplicação para as células é de 5 anos. Se todas são mortas, exceto uma, em quanto tempo a doença será novamente aparente?
3. Uma cultura de bactérias, com crescimento exponencial, aumenta de 10^6 células par $5\ .\ 10^6$ células, em 6 horas. Qual o tempo entre as sucessivas duplicações? (Se não houver mortalidade).

1.6 – ATIVIDADE RADIOATIVA

A *atividade* **A** de uma amostra de qualquer material radioativo é definida como sendo *o número de desintegrações dos núcleos de seus átomos constituintes por unidade de tempo, isto é, a velocidade de desintegração dos átomos*. Esse conceito é útil, uma vez que não há modo direto para se determinar o número de átomos presentes numa amostra, exceto através da radioatividade desses átomos. Existem equipamentos, como contadores Geiger, que medem diretamente a atividade de uma amostra.

A atividade **A** de uma amostra radioativa num dado instante pode ser expressa por

$$\boxed{A = \lambda\, N}$$

Substituindo-se o N da equação acima pela primeira equação temos

$$\boxed{A = \lambda\, N_0\, e^{-\lambda t} = A_0\, e^{-\lambda t}}$$

onde $A_0 = \lambda\, N_0$ é a atividade inicial.

A unidade da constante de desintegração λ e a da atividade A é a mesma , isto é, s^{-1}, embora λ seja uma característica de cada radioisótopo e a atividade de uma amostra radioativa depende do número N de seus átomos constituintes com uma λ própria.

Visto que a atividade de uma amostra radioativa é diretamente proporcional ao número de átomos presentes, os gráficos destas duas últimas equações são os mesmos daquele do exemplo, diferindo apenas na constante λ. A passagem de um gráfico a outro é feita multiplicando-se a escala do eixo vertical pela constante λ, característica de cada radioisótopo.

Uma das unidades de atividade utilizada é o curie (Ci)

$$\boxed{1\ \text{Ci} = 3{,}7 \times 10^{10}\ \text{desintegrações / segundo}}$$

sendo seus submúltiplos o milicurie e o microcurie.

$1\ \text{mCi} = 3{,}7 \times 10^{7}\ s^{-1}$ $\qquad$ $1\ \mu\ \text{Ci} = 3{,}7 \times 10^{4}\ s^{-1}$

Em 1975, a Comissão Internacional de Unidades e Medidas Radiológicas (ICRU) recomendou o uso do bequerel (Bq) como unidade de atividade no S.I. de unidades. A sua definição é

$$\boxed{1\ \text{becquerel (Bq)} = 1\ \text{desintegração /segundo}}$$

Portanto, $1\ \text{Ci} = 3{,}7 \times 10^{10}$ Bq.

EXERCÍCIOS

1. A constante de decaimento λ do ^{131}I é 0,083 dias^{-1}. Qual o valor de sua meia-vida τ?

2. A meia vida τ do isótoipo de carbono ^{14}C é de 5.600 anos. Qual o valor de sua constante de decaimento λ?
3. Uma amostra radioativa tem 2,5 mCi. Qual a sua atividade em Bq?
4. Uma amosta tem 630 MBq. Qual a sua atividade em Ci e em mCi?
5. A constante de decaimento do ^{131}I é de 0,083 dias^{-1}. Qual é o porcentual de decaimento por dia?
6. O iodo125 (^{125}I) tem meia vida de 60 dias. Uma amostra, no tempo zero, tem 370 MBq de desintegração. Ao fim de 35 dias, qual será sua atividade em mCi?
7. Um biólogo está estudando o metabolismo de uma proteína marcada com ^{131}I, cuja meia vida τ é de 8,3 dias. A dose inicial injetada em um rato tinha 15,6 µCi de atividade incorporada à proteína. Ao final de 20 dias, uma contagem mostra 1,25 µCi de atividade. Que percentual dessa atividade é devida ao catabolismo da proteína?
8. Uma amostra radioativa foi contada diariamente, durante 5dias, à mesma hora. Os valores obtidos, estão abaixo

1º	2º	3º	4º	5º	Dia
65.700	62.600	59.600	56.800	54.100	CPM

Qual é a meia vida desta amostra?

9. Uma amostra de ^{32}P chegou ao laboratório 12 dias depois de seu ensaio na fonte produtora. A atividade inicial era de 10 mCi. Qual a atividade atual?
10. Um biólogo dispõe de um aminoácido (Massa Molar de 137 g) marcado com atividade de 51,6 mCi por mili mols. Quantos pulsos p0or minuto tem a amostra?
11. O acidente do reator nuclear de Chernobyl, em 1986, lançou para a atmosfera grande quantidade de $_{38}Sr^{90}$ radioativo, cuja meia vida é de 28 anos. Supondo ser este isótopo a única contaminação radioativa e sabendo que o local poderá considerado seguro quando a quantidade de $_{38}Sr^{90}$ se reduzir, por desintegração, a 1/16 da quantidade inicialmente presente, o local poderá ser habitado novamente a partir do ano de:
    a. 2014 b. 2098 c. 2266 d. 2986 e. 3000
12. Protestos de várias entidades ecológicas têm alertado sobre os danos ambientais causados pelas experiências nucleares francesas no Atol de Mururoa. Isótopos radioativos prejudiciais aos seres vivos, como o ^{90}Sr, formam o chamado "lixo nuclear"desses experimentos. Quantos anos são necessários para que uma amostra de ^{90}Sr, lançada no ar, se reduza a 25% da massa inicial? Dado: meia vida do ^{90}Sr = 28,5 anos.
    a. 28,5 b. 57,0 c. 85,5 d. 99,7 114
13. O gás carbônico da atmosfera apresenta uma quantidade pequena de ^{14}C e que permanece constante; na assimilação do carbono pelos seres vivos a relação $^{14}C/^{12}C$ é mantida constante. Contudo, após cessar a vida, o ^{14}C começa a diminuir enquanto o ^{12}C permanece inalterado, o que possibilita o cálculo da data em que isso ocorreu. Considere que numa peça arqueológica encontrou-se a relação $^{14}C/^{12}C$ igual à metade do seu valor na atmosfera> A idade aproximada dessa amostra, em anos, é igual a:
    (Dado: meia vida do ^{14}C = 5570 anos)
    a. 2.785 b. 5.570 c. 8.365 d. 11.140 e. 13.925

EXERCÍCIOS EXTRAS

14. A meia-vida de um dado isótopo radioativo é de 6,5 horas. Se existirem inicialmente 48 x 10^{19} átomos deste isótopo, *quantos átomos deste isótopo restarão após 26 horas*?

SOLUÇÃO

τ= 6,5 horas N_0 = 48 10^{19} átomos   N = ?   t = 26 horas

$\tau = (0,693)/\lambda \Rightarrow \lambda = (0,69315)/\tau = (0,69315)/6,5 = 0,1067\ h^{-1}$.

$$N = N_0\, e^{-\lambda t} = 48\ 10^{19}\ e^{-(0,1067)\ 26} = 2,995\ 10^{19} \text{ átomos}$$

Ou seja,

$$\frac{N}{N_0} = \frac{3x10^{19}}{48x10^{19}} = \frac{1}{16} = 0,0625$$ ou ainda **6,25% dos átomos iniciais**

15. A meia-vida de um isótopo radioativo é de 140 dias. *Quantos dias* seriam necessários para que a atividade **A** de uma amostra deste isótopo caísse a <u>um quarto</u> de sua taxa inicial de decaimento?

SOLUÇÃO

τ = 140 dias

$\tau = (0.693)/\lambda \Rightarrow \lambda = (0,69315)/\tau = (0,69315)/140 = 4,95\ 10^{-3}\ dias^{-1}$

$(1/4)A_0 = A_0\, e^{-\lambda t} \Rightarrow (1/4) = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln(1/4) = -\lambda t$

$-1,3863 = -4,95\ 10^{-3}\ t \Rightarrow t = 0,280\ 10^{3}$ dias ou **t = 280 dias**

16. O oxigênio radioativo $^{15}_{8}O$ tem uma meia-vida de 2,1 minutos.
    a. Quanto vale a constante de decaimento radioativo λ ?

b. Quantos átomos radioativos existem numa amostra com uma atividade de 4 mCi ?
c. Qual o tempo necessário para que a atividade seja reduzida por um fator 8?

SOLUÇÃO

a. τ = 2,1 min = 126 s

$\lambda \cdot \tau = \ln 2 \Rightarrow \lambda \cdot 126 = 0{,}693 \Rightarrow \lambda = 0{,}693/126 = 0{,}0055\ s^{-1}$

$\lambda = 5{,}5 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$

b. N = ? A = 4 mCi

$A = \lambda N \Rightarrow 4 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}7 \cdot 10^{10} = 0{,}0055 \cdot N$

$N = (4 \cdot 3{,}7 \cdot 10^{7})/0{,}0055 = 2690{,}91 \cdot 10^{7}$ desintegrações

$N = 2{,}69 \cdot 10^{10}$ desintegrações

c. $A = (1/8)\ A_0$

$(1/8)A_0 = A_0\ e^{-\lambda . t} \Rightarrow (1/8) = e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \ln(1/8) = -\lambda \cdot t$

$-2{,}0794 = -\lambda\ .t \Rightarrow t = (2{,}0974/0{,}0055) = 378{,}08$ s

17. Calcular a *taxa de desintegração* num organismo vivo, por grama de carbono, admitindo que a razão $^{14}C/^{12}C$ seja 1,3 x 10^{-12}.

SOLUÇÃO

ln 2 = 0.693

$\lambda = (\ln 2)/\tau = (0{,}693)/\tau$

O número N de núcleos de ^{12}C em 1 g de carbono é:

$6{,}02\ 10^{23}$ (núcleos/mol) $\rightarrow$ 12 g/mol

N $\rightarrow$ 1 g $\Rightarrow N = (6{,}02\ 10^{23})/12 =$

$5{,}02\ 10^{22}$núcleos/g

O número de núcleos de ^{14}C radioativo é então igual a razão $1{,}3\ 10^{-12}$ vezes N, ou seja,

$5{,}02\ 10^{22}$ (núcleos/g) x $1{,}3\ 10^{-12} = 6{,}526\ 10^{10}$ núcleos/g

A atividade por grama, será

$$A = \frac{0.693}{5730\,anos} x 6{,}526 x 10^{10} = 7{,}893 x 10^{6}\ desintegracoes/ano$$

1 ano = $3{,}16\ 10^{7}$ s = $0{,}053\ 10^{7}$ min = $5{,}3\ 10^{5}$ min

$A = 1{,}499\ 10^{1}$ desintegrações/min = **15 desintegrações/min.**

18. Um osso, contendo 200g de carbono, tem uma atividade beta de 400 desintegrações por minuto. *Qual a idade do osso*?

SOLUÇÃO

Se o osso fosse um organismo vivo $\Rightarrow$ 15 desintegrações/min g.
Como temos 200 g,
A_0 = 3 000 desintegrações/min

$$\frac{A}{A_0} = \frac{400}{3000} = \frac{1}{7{,}5}$$

Depois de **n** meia-vida **A** diminui por $(1/2)^n$. Assim, temos

$(1/2)^n = (1/7{,}5)$ ou $2^n = 7{,}5$

$\ln 2^n = \ln 7{,}5 \Rightarrow n \ln 2 = \ln 7{,}5 \Rightarrow n = (\ln 7{,}5/\ln 2) = 2{,}91 \approx 3$ meias-vidas = 3 x 5730 anos = 16 700 anos $\therefore$ **idade do osso = 16 700 anos**

19. Um certo elemento radiotivo tem uma meia-vida de 20 dias.
a. Qual é o tempo necessário para que ¾ dos átomos inicialmente presentes se desintegrem?
b. Quanto vale a constante de desintegração e a vida média?

SOLUÇÃO

τ = 20 dias ⇒ λ . 20 = 0,693 ⇒ λ = (0,693)/20 = 0,0347 dias^{-1}

a. (3/4)N_0 átomos desintegrando ⇒ ficaremos com N = (1/4)N_0

(1/4)N_0 = N_0 $e^{-\lambda . t}$ ⇒ ln 0,25 = - 0,0347 t ⇒ t = (1,3863/0,0347) = 40 dias

b. λ = 0,0347 dias^{-1} ⇒ T = (1/λ) = (1/0,0347) = 28,86 dias

20. Na desintegração do ^{226}Ra é emitida uma partícula alfa. Se essa partícula se chocar com uma tela de sulfeto de zinco, produzir-se-á uma cintilação. Desse modo é possível contar diretamente o número de partículas alfa emitidas por segundo por um grama de ^{226}Ra, tendo sido determinado esse número por Hess e Lawson como sendo igual a 3,72 x 10^{10}. Use esses dados e o número de Avogadro - 6,02 x 10^{23} moléculas por mol - para calcular a meia-vida do rádio.

SOLUÇÃO

226 g ..... 6,02 10^{23}

1 g ..... x ⇒ x = 0,02664 10^{23} átomos

1 g de ^{226}Ra contém 2,664 10^{21} átomos

N_0 = R_0 x 1,44 τ ⇒ τ = (2,664 10^{21})/(3,72 x 1,44 10^{10}) = 0,4973 10^{11} s = 0,016 10^5 átomos

τ = 1 600 anos

---

21. A atividade de um certo fóssil diminui de 1530 desintegrações por minuto para 190 desintegrações por minuto já com correção da radiação de fundo, durante o processo de fossilização. Sendo a meia-vida do isótopo radioativo do ^{14}C de 5.760 anos, determine a idade do fóssil.

SOLUÇÃO

1530 desintegrações/s → 190 desintegrações/s

τ = 5760 anos

λ = (0,693)/τ = (0,693/5760) anos^{-1} = 2,33 10^{-10} min^{-1}

A = A_0 $e^{-\lambda t}$ ⇒ 190 = 1530 $e^{-\lambda t}$ ⇒ ln 190 = ln 1530 – 2,33 10^{-10} t

5,25 = 7,33 – 2,33 10^{-10} t ⇒ t = (2,083/2,33) 10^{10} min = 0,894 10^{10} min = 1,7246 10^4 anos = 17 246 anos

---

22. O carvão do fogo de um antigo acampamento indígena apresenta uma atividade devida ao ^{14}C de 3,83 desintegrações por minuto por grama de carbono da amostra. A atividade do ^{14}C na madeira das árvores vivas independe da espécie vegetal e vale 15,3 desintegrações por minuto por grama de carbono da amostra. Determine a idade do carvão.

SOLUÇÃO

A = 3,83 desintegrações/(min g) A_0 = 15,3 desintegrações/(min g)

τ = 5 760 anos (problema anterior) λ = 0,693/τ = 1,203 10^{-4} anos^{-1}

A = A_0 $e^{-\lambda t}$ ⇒ A/A_0 = $e^{-\lambda t}$ ⇒ ln (3,83/15,3) = $e^{-\lambda t}$

- 1,385 = - 1,203 10^{-4} t ⇒ t = 1,1513 10^4 anos ou t = 11 513 anos

---

23. Uma amostra de ^{128}I contém 2,0 x 10^{10} átomos radioativos. Sendo a meia-vida desse isótopo de 25 minutos, calcule o número de átomos que decaem por segundo.

SOLUÇÃO

N = 2 x 10^{10} átomos τ = 25 min = 1500 s

λ . τ = 0,693 ⇒ λ = 0,693 / 1500 = 0,00046 s^{-1}

A_0 = λ . N_0 = 0,00046 . 2 . 10^{10} = 0,00092 . 10^{10} desintegrações/s ou seja $9,2 \cdot 10^6$ átomos (= 9,2 milhões de átomos)

24. O volume de um fluido extracelular pode ser medido injetando-se sulfato de sódio marcado com ^{35}S. Uma tal fonte tem uma atividade inicial de 2 mCi. Sabendo-se que este isótopo tem uma meia-vida de 87 dias, calcule a atividade da fonte após 60 dias em Ci e em Bq.
Após quanto tempo a atividade cai a 0,5 mCi?

SOLUÇÃO

$A_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ Ci $\tau = 87$ dias $t = 60$ dias $A = ?$

$\lambda \cdot 87 = 0,693 \Rightarrow \lambda = 0,693/87 = 0,00797$ dias^{-1}

$A = A_0\, e^{-\lambda.t} \Rightarrow A = 2 \cdot 10^{-3}\, e^{-0,00797 \cdot 60} \Rightarrow A = 1,24 \cdot 10^{-3}$ Ci
$A = (1,24 \cdot 10^{-3})(3,7 \cdot 10^{10}) = 4,59 \cdot 10^{7}$ Bq

25. Um material radioativo contém inicialmente 3 mg de ^{234}U, cuja meia-vida é de $2,48 \cdot 10^5$ anos.
a. Quantos miligramas de ^{234}U existirão após $4,96 \cdot 10^5$ anos?
b. Calcule a atividade inicial e a final no período citado no ítem a.

SOLUÇÃO

$m_0 = 3$ mg ^{234}U $\tau = 2,48 \cdot 10^5$ anos $t = 4,96 \cdot 10^5$ anos $= 2 \cdot \tau$

a. Decorridas 2 meia-vidas a amostra cai a ¼ do original. Assim, restarão 0, 75 mg.
b. $A = \lambda \cdot N$ $\lambda = 0,693/(2,48 \cdot 10^5)$

234 g → $6,02 \cdot 10^{23}$ átomos
3 mg → N_0

$N_0 = (3 \cdot 10^{-3}).(6,02 \cdot 10^{23})/234$

$$A_0 = \frac{0,693}{2,48.10^5}\,\frac{3.10^{-3}6,02.10^{23}}{234} = 0,0216.10^{15}\,\frac{desintegracoes}{s} = 2,16 \cdot 10^{13}\ \text{Bq}$$

$A_0 = (2,16 \cdot 10^{13})/(3,7 \cdot 10^{10}) = 0,0058 \cdot 10^5$ Ci $= 580$ Ci

26. O sódio radioativo ^{24}Na que tem uma meia-vida de 15 horas é enviado de um laboratório para um hospital, gastando no percurso 3 horas. Sabendo-se que sua atividade deve ser de 10 mCi ao chegar ao hospital, calcule a atividade da fonte na saída do laboratório.

SOLUÇÃO

$\tau = 15$ h $t = 3$ h $A = 10$ mCi $A_0 = ?$

$A = A_0\, e^{-\lambda t} \Rightarrow 10 = A_0\, e^{-\lambda\, 3}$
$\lambda = 0,693/15 = 0,0462$ h^{-1}

$A_0 = 10 / e^{-0,0462\ 3} = 10 / 0,87058 = 11,48665$ mCi

27. Uma fonte de ^{131}I com vida-média de 11,52 dias tem uma atividade inicial de 3 mCi. Encontre a meia-vida e o número total de desintegrações da fonte.

SOLUÇÃO

$T = 11,52$ dias $A_0 = 3$ mCi $\tau = ?$ $N = ?$

$T = 1/\lambda \Rightarrow \lambda = 1/T = 1/11,52 = 0,0868$ dias^{-1} $= 0,000001$ s^{-1}

$\lambda \cdot \tau = 0{,}693 \Rightarrow \tau = 0{,}693/0{,}0868 = 7{,}98$ dias

$A = \lambda N \Rightarrow 3 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}7 \cdot 10^{10} = 0{,}000001 \cdot N$

$N = 1{,}105 \cdot 10^{14}$ desintegrações

---

28. Células cancerosas são as mais vulneráveis a radiações X e gama do que as células sadias. Apesar de haver atualmente aceleradores lineares que o substituem, no passado a fonte padrão de terapia por radiação era o radionuclídeo ^{60}Co, que decai em beta num estado nuclear excitado ^{60}Ni, que, imediatamente, decai no estado fundamental, emitindo dois fótons de raios-gama, cada um com energia de aproximadamente 1,2 MeV. A meia-vida do decaimento beta, que é o controlador do processo, é de 5,27 anos. *Quantos núcleos radioativos ^{60}Co estão presentes em uma fonte de 6.000 Ci usada num hospital?*
(1 Ci = 1 Curie = $3{,}7 \times 10^{10}$ desintegrações/s = $3{,}7 \times 10^{10}$ Bq)

SOLUÇÃO

Células cancerosas são vulneráveis a raios -X e raio -γ
^{60}Co é o padrão de terapia por radiação.
A reação nuclear é

$$^{60}Co \rightarrow {}^{60}Ni^{*} + e^{-} \rightarrow {}^{60}Ni + 2\gamma$$

$E_\gamma = 1{,}2$ MeV meia-vida $\tau_{Co} = 5{,}27$ anos

1 ano = 31 104 000 s = $3{,}1 \times 10^{7}$ s

$N_{Co}{}^{60} = ?$ $A = 6\,000$ Ci $= 6\,000 \times 3{,}7\ 10^{10}$ desintegrações/s $= \lambda N$

$\lambda = (\ln 2)/\tau = (0{,}693)/(5{,}27 \text{ anos}) = 0{,}132 \text{ anos}^{-1} = (0{,}132)/(3{,}1 \times 10^{7}) = 4{,}2 \times 10^{-9}\ s^{-1}$

$$A = \lambda N = 6 \times 3{,}7 \times 10^{13} = 4{,}2 \times 10^{-19}\ N$$

$N = 5{,}3 \times 10^{22}$ átomos

---

29. Depois de longo esforço, em 1902, Marie e Pierre Curie conseguiram separar do minério de urânio a primeira quantidade substancial de rádio, um decigrama de $RaCl_2$ puro. O rádio era o isótopo radioativo ^{226}Ra, que tem uma meia-vida de 1.600 anos.
a. Quantos núcleos de rádio eles isolaram?
b. Qual a taxa de decaimento da amostra, em desintegrações/s? Em Curies?

A unidade Curie (abreviadamente Ci) foi adotada em homenagem aos Curie, que receberam, em 1903, o Prêmio Nobel de Física por seus trabalhos nos fenômenos de radiação. Um Curie é igual a $3{,}7 \times 10^{10}$ desintegrações/s.

SOLUÇÃO

(1/10)g de $RaCl_2$ $\tau = 1\,600$ anos

a. 1 mol de ^{226}Ra $\rightarrow 6{,}02\ 10^{23}$ núcleos
 1 mol de ^{226}Ra $\rightarrow$ 226 g

 1 mol de $RaCl_2$ tem 226 g + 2 x 35,453 ≈ 297 g

 (1/10) g de $RaCl_2$ tem $2{,}03 \times 10^{20}$ moléculas de $RaCl_2$ ou

 $2{,}03 \times 10^{20}$ átomos (núcleos) de Ra

b. A taxa de desintegração por grama será:

$A = (0{,}693/1600)\ 2{,}03 \times 10^{20} = \lambda N$

$A = 8{,}79 \times 10^{16}$ desintegrações/ano

1 ano = $3,16 \times 10^7$ s

A = $(8,79\ 10^{16})/(3,16\ 10^7) = 2,78 \times 10^9$ desintegrações/s

1 Ci = $3,7 \times 10^{10}$ desintegrações/s então

A = $(2,78\ 10^9)/(3,7\ 10^{10})$ = **0,075 Ci**

---

30. Um dos perigos dos resíduos radioativos de uma bomba nuclear é o ^{90}Sr, que sofre decaimento beta com meia-vida de 29 anos. Por ter propriedades químicas muito parecidas com as do cálcio, o estrôncio, se consumido por uma vaca, concentra-se no leite e termina nos ossos de qualquer pessoa que tomar o leite. Os elétrons de alta energia de decaimento prejudica a medula óssea, impedindo, assim, a produção de hemácias. Uma bomba de 1 megaton produz aproximadamente 400g de ^{90}Sr. Se os resíduos se dispersarem uniformemente sobre uma área de 2.000 Km^2, que porção desta área teria uma radioatividade igual a 0,002 mCi, que é a dose máxima de radioatividade suportada pelos ossos de uma pessoa? 1 Ci = $3,7 \times 10^{10}$desintegrações/s.

SOLUÇÃO

Hemácias = glóbulos vermelhos do sangue

^{90}Sr τ = 29 anos λ= (0,693)/29 = 0,024 anos^{-1}

1 Mton $\rightarrow$ 400 g ^{90}Sr

90 g ^{90}Sr $\rightarrow$ contém $6,02 \times 10^{23}$ átomos de ^{90}Sr.
400 g de ^{90}Sr $\rightarrow$ conterá x

x = (2400,08/90) 10^{23} = 2,67 10^{24} átomos

A = λ N = $0,024 \times 2,67 \times 10^{24}$ desintegrações/ano

A = 0,064 10^{24} desintegraçòes/ano

A = $(0,064\ 10^{24})/(3,16\ 10^7) = 0,02\ 10^{17}$ desintegrações/s

A = $(0,02\ 10^{17})/\ (3,7\ 10^{10}) = 5,41\ 10^4$ Ci

5,41 10^4 Ci .....2 000 km^2
x .....1 km^2

x = 2,705 10 Ci/km^2

1 km^2 ..... 27,05 Ci
x .... 0,002 10^{-3} Ci

x = 0,074 10^{-6} km^2 = 0,074 m^2 = **740 cm^2**

A cada 740 cm^2 teremos a máxima dose de radioatividade suportada pelos ossos de uma pessoa.

---

31. Vinte milicuries de ^{99}Tc (Tecnécio, está entre o Molibdênio e o Rutênio na Tabela Periódica) são injetados num paciente que faz um mapeamento cerebral. Em cada desintegração desse radioisótopo cuja meia-vida é de 6 horas é emitido um raio gama de 0,143 MeV. Admitindo que metade dos raios gama escapa do corpo sem interagir, calcule a *DOSE ABSORVIDA* por um paciente de 60 Kg, e a quantidade em gramas de ^{99}Tc injetada.

SOLUÇÃO

A = 20 mCi = $20 \times 3,7\ 10^7$ desintegrações/s = 7,4 10^8 desintegrações/s

λ = (0,693)/6 horas = 0,1155 h^{-1}

A vida-média (não é a meia-vida) de um átomo é dada por

<T> = 1/λ = soma das idades de todos os átomos dividido pelo número total de átomos.
<T> = 1/ 0,1155 = 8,66 horas
O número de desintegrações N sofrida pela amostra será:

$N = A \langle T \rangle = 7{,}4\ 10^{8}$ desintegrações/s x 8,66 x 3 600 s = $2{,}31 \times 10^{13}$ desintegrações

Como metade dos raios - γ escapam sem interagir com o corpo; somente

(1/2) N = $1{,}15\ 10^{13}$ raios - γ interagirão com o corpo.

Cada raio - γ tem energia de 0,143 MeV, ou

$0{,}143$ MeV = $0{,}143\ 10^{6}$ eV = $0{,}143\ 10^{6} \times 1{,}6\ 10^{-19}$ J = $0{,}23 \times 10^{-13}$ J

As mudanças químicas e biológicas que ocorrem, pôr exemplo, no tecido exposto à radiação dependem da energia absorvida pelo mesmo. Dessa forma, foi introduzida a grandeza *DOSE ABSORVIDA* D, definida como

$D = E / m$

A unidade de D é
1 rad = 10^{-2} J/kg

$D = (1{,}15 \times 10^{13} \times 0{,}23 \times 10^{-13}\ \mathrm{J})/60\ \mathrm{kg} = 4{,}4 \times 10^{-3}$ J/kg

D = 0,44 rad

A quantidade de ^{99}Tc injetada é igual ao número de átomos que desintegraram, ou seja, $2{,}31 \times 10^{13}$ átomos.
Agora
$6{,}02 \times 10^{23}$ átomos ..... 99 g
$2{,}31 \times 10^{13}$ átomos x

$x = 37{,}99 \times 10^{-20}$ g

$x = 3{,}8 \times 10^{-9}$ g ou seja quase 4 bilionésimos de grama foram injetados!!!!

---

32. O isótopo ^{197}Hg emite radiação gama de 77 KeV por desintegração. Uma quantidade de $1{,}97 \times 10^{-9}$ g desse material é administrada a um paciente de 74 Kg, na detecção de um tumor. Se a meia-vida desse isótopo no organismo do paciente for de 51,1 horas, calcule:
a. a atividade inicial da amostra no corpo em microCi (μCi);
b. o tempo necessário para que a atividade seja reduzida a 1/32 do seu valor inicial;
c. a dose total absorvida pelo paciente.

SOLUÇÃO

$E_\gamma = 77$ KeV $= 77\ 10^{3} \times 1{,}6\ 10^{-19}$ J $= 77 \times 1{,}6 \times 10^{-16}$ J $= 123{,}2\ 10^{-16}$ J $= 1{,}232\ 10^{-14}$J

$1{,}97\ 10^{-9}$ g...... N_0
197 g ..... $6{,}02\ 10^{23} \Rightarrow N_0 = 6{,}02\ 10^{12}$

a. $N_0 = A_0 \langle T \rangle \Rightarrow 6{,}02\ 10^{12} = A_0 \langle T \rangle$

$\langle T \rangle = 1/\lambda = \tau/0{,}693 = 1{,}44\ \tau = 1{,}44 \times 51{,}1$ h $= 73{,}6$ h $= 73{,}6 \times 3\ 600 = 264\ 902{,}4$ s

$A_0 = (6{,}02 \times 10^{12})/\langle T \rangle = (6{,}02\ 10^{12})/2{,}65\ 10^{5}) = 2{,}27\ 10^{7}$ desintegrações/s

$A_0 = (2{,}27\ 10^{7})/(3{,}7\ 10^{10}) = 0{,}613\ 10^{-3}$ Ci $= 613\ 10^{-6}$ Ci $= 613\ \mu$Ci
$A_0 = 613\ \mu$Ci

b. $(1/32)\ A_0 = A_0\ e^{-\lambda t} \Rightarrow (1/32) = e^{-\lambda t} \Rightarrow -\lambda t = \ln(1/32)$
$t = [\ln(1/32)]/-\lambda$

$t = (-3{,}466)/(-3{,}775\ 10^{-6}) = 0{,}918\ 10^{6}$ s $= 255$ h $=$ **10,62 dias**

c. $D = E/m = (6{,}02\ 10^{12}) \times (1{,}232\ 10^{-14})/74 = 0{,}1\ 10^{-2}$ J/kg = **0,1 rad**

33. O isótopo ^{32}P é administrado a um paciente que pesa 64 Kg. Esse isótopo tem uma meia-vida no paciente de 10 dias. A energia da partícula beta emitida por esse isótopo por desintegração é de 0,698 MeV. Se a dose absorvida não deve superar 1 rad.
a. Quantos gramas de ^{32}P devem ser administrados ao paciente?
b. A quantos microCi correspondem?
c. Qual é a atividade após 20 dias?

SOLUÇÃO

τ = 10 dias = 864 000 s
E_β = 0,698 MeV = 0,698 10^6 eV = 0,698 10^6 x 1,6 10^{-19} = 1,12 10^{-13} J

a. 1 rad = 10^{-2} J/kg ≥ [(N x 1,12 10^{-13})/64] (J/kg) 10^{-2} J/kg ≥ N x 0,0175 10^{-11} rad 1 ≥ N x 0,0175 10^{-11} ∴ N ≤ (1/0,0175) 10^{11} ou N ≤ 57,143 10^{11} desintegrações

6,02 10^{23} ..... 32 g
57,31 10^{11} ... x ⇒ x ≤ (32 x 57,31 10^{11})/(6,02 10^{23}) ou

x ≤ 304,64 10^{-12} g ou ainda **x ≤ 3,05 10^{-10} g**

menos que 3 décimos de bilionésimos de grama de ^{32}P.

b. N = R_0 <T> = 1,44 R_0 τ ⇒ R_0 = N/(1,44τ) = (57,31 10^{11})/(1,44 x 86 400) = 4,606 10^{-5} 10^{11}

R_0 = (4,6 10^6)/(3,7 10^{10}) Ci = 0,1245 mCi = **125 μCi**

c. R = R_0 $e^{-\lambda t}$ = 4,6 10^6 $e^{-(0,693/10)\ 20}$ = 4,6 10^6 $e^{-2 \times 0,693}$ = 4,6 10^6 x 0,25 = 1,15 10^6 desintegrações/s = 0,311 10^{-4} Ci = **31,1 μCi**

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

34. Um radionuclídeo freqüentemente usado na Medicina como traçador para medir a taxa na qual o iodo é absorvido pela tireóide é o ^{128}I. A seguir mostra-se uma tabela com algumas medidas da taxa de decaimento (atividade A) de uma amostra deste material.
a Esboce o gráfico A x t para esta amostra num papel milimetrado e num papel semilogarítmo.
b.Encontre a constante de desintegração e a meia-vida para este elemento.

Tempo (min)	R (contagens/s)	Tempo (min)	R (contagens/s)
4	392,2	132	10,9
36	161,4	164	4,56
68	65,5	196	1,86
100	26,8	218	1,00

35. Foi feita uma brincadeira com 100 dados. Toda vez que um número pré-fixado, por exemplo o 6, saísse, numa jogada, os dados correspondentes eram retirados do jogo. Na primeira jogada com 100 dados saíram 17 com o número 6. Foram retirados, portanto, 17 dados do jogo, e a jogada seguinte prosseguiu com 83 dados, e assim por diante. A tabela abaixo dá o número de dados retirados e o dos restantes em cada jogada.

Jogada	Dados retirados	Dados restantes
o	-	100
1a.	17	83
2a.	14	69
3a.	12	57
4a.	9	48
5a.	8	40
6a.	7	33
7a.	5	28
8a.	5	23
9a.	4	19
10a.	3	16

a. Faça um gráfico num papel milimetrado e um outro num papel semilogarítmico, colocando num dos eixos o número de dados restantes e no outro a ordem das jogadas.

b. Faça um paralelo entre esse jogo e as desintegrações radioativas.

c. Determine graficamente em qual jogada o número de dados restantes será a metade do número de dados inicial; calcule a probabilidade de sair o número 6 em cada jogada.

d. Com quais grandezas cada um dos resultados do item anterior se relacionara, caso a tabela acima se referisse a isótopos ao invés de dados.

36. Suponha que você tenha 20 anos de idade e uma renda anual de 20.000 reais. Você planeja trabalhar por 40 anos. Se a inflação for de 10% ao ano, que renda você deve ter com 60 anos para ter o mesmo poder aquisitivo que tem hoje? Faça os cálculos assumindo que:

a.) a inflação é de 10% e ocorre uma única vez no ano.

b.) a inflação é contínua a uma taxa anual de 10%.

37. Uma criança com leucemia aguda tem, aproximadamente, 10^{12} células leucemicas quando a doença é clinicamente aparente.

a.) Se uma célula tem diâmetro aproximado de 8 μm, estime a massa total de células leucemicas.

b.) A cura requer a eliminação de todas as células leucemicas. O tempo de duplicação para as células é de 5 anos. Se todas são mortas exceto uma, em quanto tempo a doença será novamente aparente.

38. Suponha que células cancerígenas no interior do corpo reproduzem-se a uma razão *r*, tal que o número é dado por: $y = y_0 e^{rt}$. Em determinado tempo um agente quimioterápico é dado para destruir uma fração *f* de células existentes. Faça um gráfico semilogaritmico mostrando **y** como função do tempo para várias administrações da droga, separada por um tempo **t**. Que diferentes casos podem ser considerados para a relação entre **t** e **r**?

6. Uma cultura de bactérias, com crescimento exponencial, aumenta de 10^6 células para $5x10^6$ células em 6 horas. Qual o tempo entre sucessivas fissões?

a.) Se não há mortalidade?

b.) Se 10% das células originárias de uma fissão morrem antes da próxima fissão?

39. Uma dose D de droga é dada provocando um aumento da concentração de plasma de 0 para C_0. A concentração de plasma começa então a diminuir de acordo com $C=C_0 e^{-bt}$. Num certo tempo T qual dose deve ser dada para elevar a concentração de plasma novamente a C_0? O que acontecerá se a dose original for administrada sempre nos intervalos T?

40. Numa discussão sobre o câncer de mama, o jornal Tribuna de Mineapolis forneceu o seguinte levantamento:

% de sobreviventes		
	5 anos	10 anos
sem nódulo	75	67
com nódulo	50	25

Plote estes dados em papel semilog e discuta-os.

41. Num coelho normal injetou-se 1 cm^3 de uma cultura de staphylococcus aureus contendo 10^8 organismos. Após vários intervalos de tempo, 0,2 cm^3 de sangue foi retirado do ouvido do coelho. O número de organismos por cm^3 foi calculado pela diluição do material, em placas de cultura, e contando-se o número de colonias formadas. Os resultados foram os seguintes:

t (min)	Bactérias por cm^3
0	$5x10^5$
3	$2x10^5$
6	$5x10^4$
10	$7x10^3$
20	$3x10^2$
30	$1,7x10^2$

Plote estes dados e verifique se eles podem ser fitados por uma exponencial simples. Você pode estimar o volume de sangue no coelho?

42. A taxa de mortalidade em certas populações (mortes por unidade de população por unidade de tempo) aumenta linearmente com a idade: taxa de mortalidade = a + b t

Encontre a população como uma função do tempo se a população inicial é y_0.

t(min)	Concentração de etanol (mg Dl^{-1})
90	134
120	120
150	106
180	93
210	79
240	65
270	50

11.) Os dados da tabela ao lado são para a concentração de etanol no sangue com o tempo após a ingestão de etanol (L.J. Bennison and T.K. Li, New Engl. J. Med. **294**:9-13 (1976)). Plote estes dados e discuta o processo de metabolismo do álcool.

12.) Seja uma fonte de ouro radioativo (^{198}Au), inicialmente, com 100 x 10^6 átomos, passados 2,7 dias a fonte radioativa terá 50 x 10^6 átomos, após 5,4 dias $25x10^6$ átomos, após 8,1 dias $12,5x10^6$ átomos e assim por diante. Faça um gráfico com os dados acima e determine a meia-vida deste elemento.

43 O núcleo radioativo de ^{64}Cu decai independentemente por três caminhos diferentes. A razões de decaimento relativas desses três modos estão na razão de 2:2:1. A meia-vida é de 12,8 horas. Calcule a razão total de decaimento e as três razões parciais b_1, b_2 e b_3..

44. Sejam os seguintes dados:

X	Y
0	1.000
1	0.800
2	0.667
3	0.571
4	0.500
5	0.444
6	0.400
7	0.364
8	0.333
9	0.308
10	0.286

Plote estes dados em papel semilog. Esta é uma exponencial simples? São duas exponenciais? Plote 1/Y em função de X. Isto altera sua resposta?

BIBLIOGRAFIA

Okuno, E., Caldas, I.L., Chow, C., *Física para Ciências Biológicas e Biomédicas*, Ed. Harbra, 1986
Duran, J. E. R., *Biofísica – Fundamentos e Aplicações*, Prentice Hall, 2003
Heneine, I. F. – *Biofísica Básica*, Atheneu, 1996
Garcia, E. A. C., *Biofísica*, Sarvier, 1998
Cameron, J. R., Skofronick, J.G., *Medical Physics*, John Wiley & Sons, New York, 1978
Cameron, J. M., "Statistics", in *"Fundamental Formulas of Physics,"* edited by D.H. Menzel, Vol. 1, ch. 2, Dover, New York, 1960.
Camac, C. N. B., *Classics of Medicine and Surgery*, Dover, New York, 1959.
Clendening, L. - *Source Book of Medical History*, Hoeber, New York, 1942
Cromer, A. H., *Physics for the Life Sciences*, USA,McGraw-Hill, 1977
Fuller, H. Q., Fuller, R. M. & Fuller, R. G., *Physics Including Human Applications*, Harper & Row, 1978
Schmidt-Nielsen, K., *Fisiologia Animal*, Brasil, EDUSP, 1972
Schmidt-Nielsen, K., *How Animals Work*, Great Britain, Cambridge University Press, 1972
Smith, J. M., *Mathematical Ideas in Biology*, Cambridge University Press, 1972
Stibitz, G. R., *Mathematics in Medicine and Life Sciences*, Year Book, Chicago, 1966
Thompson, D. W., *On Growth and Form*, Cambridge, U. P., London, 1961.
Tustin, A., *"Feedback"*, Sci. Amer., **186-187**, 48-55 (1952)